



## CONVOCATÒRIA ORDINÀRIA

### Proves d'accés a Cicles Formatius de Grau Superior 2005

Part específica

### Matemàtiques

## SOLUCIONS

**Per accedir a cicles formatius de grau superior:**

- Desenvolupament d'aplicacions informàtiques.
- Administració de sistemes informàtics.
- Desenvolupament i aplicació de projectes de construcció
- Desenvolupament de projectes mecànics
- Producció per mecanització



**Prova d'accés a CFGS. Part específica: Matemàtiques.  
Solucions i pautes de correcció.  
Convocatòria ordinària 2005.**

Cada exercici té una puntuació de 2 punts.

El temps necessari per a la resolució de cada exercici s'estima en uns 15-18 minuts.

1. Calculeu de manera exacta i, si es pot, simplifiqueu el resultat:

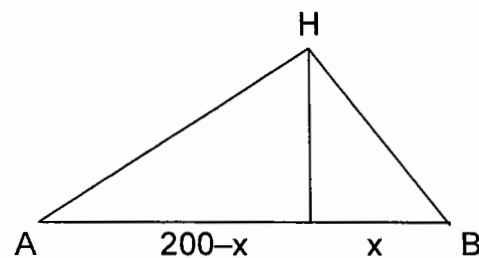
a)  $5\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - \sqrt{3} = \boxed{6\sqrt{3}}$

b)  $10\sqrt{2} - 3\sqrt{8} = 10\sqrt{2} - 3\sqrt{2^3} = 10\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = \boxed{4\sqrt{2}}$

c)  $\sqrt[3]{81} - \sqrt[3]{24} + \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{3^4} - \sqrt[3]{2^3 \cdot 3} + \sqrt[3]{3} = 3\sqrt[3]{3} - 2\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{3} = \boxed{2\sqrt[3]{3}}$

d)  $(2 + \sqrt{3})^2 = 4 + 4\sqrt{3} + 3 = \boxed{7 + 4\sqrt{3}}$

2. Des de dos punts separats per una distància de 200 m, dos observadors encarats A i B observen un helicòpter H situat en llur mateix pla vertical amb angles d'elevació de  $35^\circ$  i  $55^\circ$  respectivament. A quina alçada sobre el terra es troba l'helicòpter?



$$\left. \begin{array}{l} \operatorname{tg} 35^\circ = \frac{h}{200-x} \\ \operatorname{tg} 55^\circ = \frac{h}{x} \end{array} \right\} ; \quad \left. \begin{array}{l} h = (200-x)\operatorname{tg} 35^\circ \\ h = x\operatorname{tg} 55^\circ \end{array} \right\} ; \quad x\operatorname{tg} 55^\circ = (200-x)\operatorname{tg} 35^\circ$$

$$x\operatorname{tg} 55^\circ = 200\operatorname{tg} 35^\circ - x\operatorname{tg} 35^\circ ; \quad x(\operatorname{tg} 55^\circ + \operatorname{tg} 35^\circ) = 200\operatorname{tg} 35^\circ$$

$$x = \frac{200\operatorname{tg} 35^\circ}{\operatorname{tg} 55^\circ + \operatorname{tg} 35^\circ} = 65,80 ; \quad h = 65,80\operatorname{tg} 55^\circ = \boxed{93,97 \text{ m}}$$



3. Donada la funció  $f(x) = x^3 - 2x^2 + x$ , trobeu:

a) Domini:  $D(f) = \mathbb{R}$

b) Punts de tall amb eixos:

$$f(0) = 0$$

$$f^{-1}(0): x^3 - 2x^2 + x = 0 ; x(x^2 - 2x + 1) = 0 ; x(x-1)^2 = 0 ; \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}$$

Els punts de tall són:  $(0,0)$  i  $(1,0)$

c)  $f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$  ;  $3x^2 - 4x + 1 = 0$  ;  $\begin{cases} x=1 \\ x=\frac{1}{3} \end{cases}$

$$f'(0) = 1 > 0 \rightarrow \text{creixent en } \left(-\infty, \frac{1}{3}\right)$$

$$f'(0,5) = 0,75 - 2 + 1 < 0 \rightarrow \text{decreixent en } \left(\frac{1}{3}, 1\right)$$

$$f'(2) = 12 - 8 + 1 > 0 \rightarrow \text{creixent en } (1, +\infty)$$

$$f(1) = 0 ; f\left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{4}{27}\right)$$

Mínim relatiu en  $(1,0)$  i màxim relatiu en  $\left(\frac{1}{3}, \frac{4}{27}\right)$

Una altra forma de resoldre seria:

$$f'(x) = 3x^2 - 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \begin{cases} 1 \\ 1/3 \end{cases} ; \begin{cases} f(1) = 0 \\ f(1/3) = 4/27 \end{cases}$$

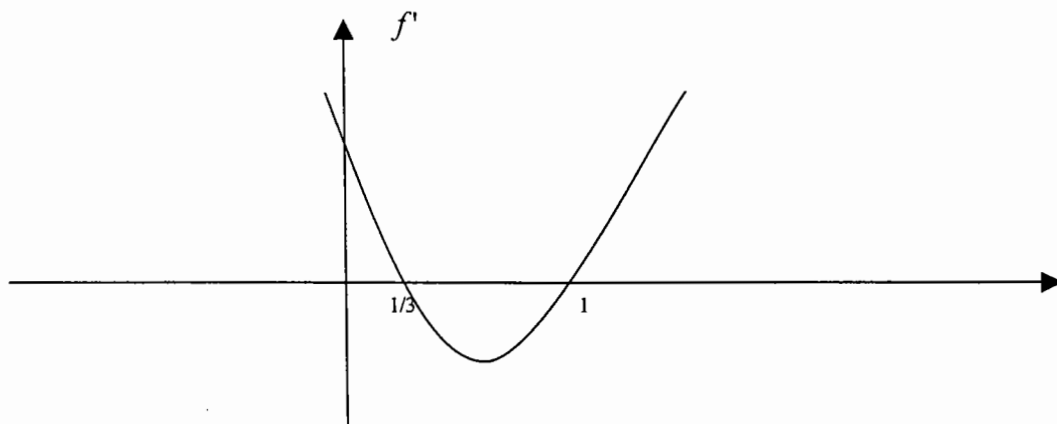
$$f''(x) = 6x - 4 ; \begin{cases} f''(1) = 2 > 0 \Leftrightarrow \text{min} \\ f''(1/3) = -2 < 0 \Leftrightarrow \text{MAX} \end{cases}$$

$(1,0)$  min ;  $(1/3, 4/27)$  MAX

d)  $\text{Creixent en } \left(-\infty, \frac{1}{3}\right) \text{ i en } (1, +\infty). \text{ Decreixent en } \left(\frac{1}{3}, 1\right)$



Una altra forma de resoldre seria:



$$f' > 0 \Leftrightarrow f \text{ creixent} : (-\infty, 1/3) \cup (1, \infty)$$

$$f' < 0 \Leftrightarrow f \text{ decreixent} : (1/3, 1)$$

4. Donada la funció  $f(x) = (x-2)^3$

a)  $f(4) = (4-2)^3 = 2^3 = \boxed{8}$

b)  $f'(x) = \boxed{3(x-2)^2}$

c)  $f'(4) = 3(4-2)^2 = 3 \cdot 4 = \boxed{12}$

d)  $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$  ;  $\boxed{y - 8 = 12(x - 4)}$

5. En una festa hi ha homes dones i nens. En total són 144 persones. El nombre d'homes és superior en 10 al nombre de dones. Hi ha tants nens com homes i dones junts. Resoleu una equació o un sistema d'equacions per trobar el nombre de persones de cada tipus.

homes	dones	nens	
$(x+10)$	$+ x$	$+ (2x+10)$	$= 144$

$$4x + 20 = 144$$

$$4x = 124$$

$$x = 31$$

**Hi ha 41 homes, 31 dones i 72 nens**



6. Calculeu i, si es pot, simplifiqueu:

$$\text{a) } \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+1} = \frac{x+1+x+2}{(x+2)(x+1)} = \boxed{\frac{2x+3}{(x+2)(x+1)}}$$

$$\text{b) } \frac{x-1}{x-3} \cdot \frac{x^2-1}{x^2-9} = \frac{(x-1)(x+3)(x-3)}{(x-3)(x+1)(x-1)} = \boxed{\frac{x+3}{x+1}}$$

7. Donats els punts  $A=(-2,1,5)$ ,  $B=(2,-1,1)$  i  $C=(-1,5,-2)$ , trobeu:

a) La distància entre els punts A i B.

$$\overrightarrow{AB} = B - A = (2,-1,1) - (-2,1,5) = (4,-2,-4)$$

$$d(A, B) = \sqrt{16 + 4 + 16} = \sqrt{36} = \boxed{6 \text{ u}}$$

b) L'equació de la recta r que passa pels punts A i B.

$$\overrightarrow{AB} = B - A = (2,-1,1) - (-2,1,5) = (4,-2,-4) \equiv (2,-1,-2)$$

$$\boxed{\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-5}{-2}}$$

c) L'equació del pla que conté els punts A, B i C.

$$\overrightarrow{AC} = C - A = (-1,5,-2) - (-2,1,5) = (1,4,-7)$$

$$\boxed{(x, y, z) = (-2,1,5) + \lambda(2,-1,-2) + \mu(1,4,-7)}$$